Prof. Dr. Alfred Toth

Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen

1. In Toth (2014a, b) wurde gezeigt, daß Zeichenzahlen nicht-bijektiv auf Peanozahlen abgebildet werden können und daß sie auf drei Zählebenen gezählt werden müssen, wobei diese ein symmetrisch-reflektorisches System bilden.

Zeichen-	—	—	—	3.1	3.2	3.3
zahlen	—	—	2.1	2.2	2.3	—
	—	1.1	1.2	1.3	—	—
Peano	1	2	3	4	5	6

2. Zweifellos handelt es sich bei Zeichenzahlen um eine spezielle Art von qualitativen Zahlen, dies ergibt sich bereits vermöge der Korrespondenz zwischen den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen und den peirceschen Modalitäten

1 ~ Möglichkeit

2 ~ Wirklichkeit

3 ~ Notwendigkeit.

Dennoch ist die peirce-bensesche Semiotik logisch 2-wertig, da Bense (1975, S. 167 ff.) gezeigt hatte, daß die Menge der Primzeichen P = (1, 2, 3) die Peano-Axiome erfüllt. Vom Standpunkt der im Sinne der polykontexturalen Zahlentheorie qualitativen Zahlen (vgl. Thomas 1985) handelt es sich bei ihnen somit nicht einmal um Proto-Zahlen. Hingegen kommt die qualitative Differenz der drei Zählebenen erfordernden Zeichenzahlen dadurch zum Ausdruck, daß die Dualrelationen

$\times(1.2) = (2.1)$

$\times(1.3) = (3.1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

nur formal bestehen, denn qualitativ gesehen werden die Primzeichen für Triaden und für Trichotomien je verschieden definiert, d.h. es ist

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$

für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

So ist ein Sinzeichen (1.2) ein raumzeitlich determinierter Mittelbezug, aber ein Icon (2.1) ist ein Abbild. Ein Legizeichen (1.3) ist ein konventioneller Mittelbezug, aber ein Rhema (3.1) ein offener, nicht-behauptungsfähiger Konnex. Ein Symbol (2.3) ist ein arbiträrer Objektbezug, aber ein Dicent (3.2) ist ein abgeschlossener, behauptungsfähiger Konnex. Das bedeutet also, daß die Peano-Nachfolgen für P_{td} und für P_{tt} qualitativ je verschieden definiert sind.

3. Dennoch spielen Kardinalität in der Form der von Bense (1975, S. 45 ff.) eingeführten Frequenzzahlen, Distribution innerhalb der paarweisen Dualität bzw. Selbstdualität aller Zeichenzahlen und Position durch ihre Anordnung innerhalb der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix eine Rolle. Dies berechtigt uns somit, die Zeichenzahlen als monokontexturale qualitative Zahlen dennoch aus dem Blickwinkel der drei von Günther (1980) eingeführten drei polykontxturalen Zahlenebenen zu betrachten. Diese wurden von Thomas (1985, S. 115 f.) wie folgt definiert.

Günther distinguished 3 different kinds of kenogrammatic sequences (lines) by using three different equivalence relations:

Trito-equivalence $\equiv_T$: for all i,j $f_i \neq f_j \Longleftrightarrow g_i \neq g_j$ e.g. the *position* in between the structure of n places is relevant.

Deutero-eqivalence $\equiv_D$: Only the *distribution* of used symbols in the structure of n places is relevant.

Proto-equivalence $\equiv_P$: Only the *cardinal number* of different symbols is relevant in the given structure.

Examples for trito-, deutero- and proto-equivalence:

$a\,b\,b\,c \equiv_T b\,c\,c\,a \equiv_T$ □○○△ $\quad a\,a\,b\,b \equiv_D a\,b\,a\,b \equiv_D$ □○□○ $\quad a\,a\,b\,b \equiv_P a\,a\,a\,b \equiv_P$ □○□○.

Die Zeichenzahlen, wie sie im obigen Schema der drei Zählebenen dargestellt wurden, sind somit tritoäquivalent, da sie positional relevant sind, d.h. sie sind paarweise verschieden, und dies gilt in Sonderheit für die drei dualen Zeichenzahlen

$(1.2) \neq (2.1)$

$(1.3) \neq (3.1)$

$(2.3) \neq (3.2)$.

Reduziert man die Zeichenzahlen auf ihre Distribution, so fallen bei Deuteroäquivalenz genau diese Dualen zusammen, d.h. es gilt nun

$(1.2) = (2.1)$

$(1.3) = (3.1)$

$(2.3) = (3.2)$.

Die Menge der Zeichenzahlen

$S_{trito} = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$,

welche in dieser Form tritoäquivalent ist, reduziert sich somit auf die folgende Menge deuteroäquivalenter Zeichenzahlen

$S_{deutero} = (1.1, 1.2, 1.3, 2.2, 2.3, 3.3)$.

Reduziert man die Zeichenzahlen gar auf ihre Kardinalität, so bekommt man allerdings keineswegs die Frequenzzahlen, d.h.

$F(1.1) = 2$	$F(2.1) = 3$	$F(3.1) = 4$
$F(1.2) = 3$	$F(2.2) = 4$	$F(3.2) = 5$
$F(1.3) = 4$	$F(2.3) = 5$	$F(3.3) = 6$,

denn diese sind ja per definitionem Peanozahlen und keine Protozahlen, sondern es gilt

$(1.1) = (1.2) = (1.3) = ... = (3.3)$

und damit

$S_{proto} = (1.1)$

oder

$S_{proto} = (1.2)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Thomas, Gerhard G., On kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School on Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

9.12.2014